|  |
| --- |
| **诚信保证**  **本人知晓我院考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人． 本人签字： 杨乃宸** |

**西安明德理工学院大作业答题纸**

2022 － 2023学年第 一学期

开课单位 信息工程学院 课 程 计算方法 学 时 32 考核形式 大作业

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 评价项目 | 内容 | 结构安排 | 编辑格式 | 创新性 | 总 分 |
| 得 分 |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 班 级 | 101011901 | 学 号 | 191027 | 姓 名 | 杨乃宸 | 序 号 | 25 |
| 中值定理眼中的求积奥妙  计算方法  计算方法是什么?基本概念略显抽象了：与计算机相关的一门学科。谈到计算方法具体用途其实从字面就很通透。“计算”二字说明它研究的是数学运算、“方法”二字又决定了它在IT信息工程技术领域CS计算机科学与技术专业的地位是一门工具学科知识。数学逻辑语言和其他语言一样为人使用，不断迭代并反复推翻重演其使用限定条件的规定。  我们熟悉的算法是计算机核心精髓。其强调将现有程序取缔为时空复杂度成本更低的代码即为计算机运算最快最好，代码旨在从低代码演变至完全封装为无代码;类似的是,计算方法作为算法的好邻居，计算是解决数学难题、方法则是消灭数学本身。正如数学存在旨在数学不存,我们希望数学为科技服务的本质是不需要算即为数学或计算机运算的好算能算。  计算方法就是求出算不出的图形、简化繁琐化的函数这么一门充满神秘操作的学科。对数据库的查询分析具有重大意义。  数值积分  数值积分是一种通过一定结果精准度的牺牲，提供了多种更为常见和好用的计算思路和途径来求积分的方法。在某些时候，我们可能无法使用牛顿-莱布尼茨算法来求解积分，或者无法算出原式的精确值，更何况计算量太大毫无生产力可言。然而，即使我们不能得到精确值，有时候只需要使用同样的条件来快速求解接近于原真值的估计值就是了。  数值积分方法的基本思想是通过逼近的方式，利用最小二乘特征值等方法来求得一个逼近值。这些逼近值可能是一个无穷个，其中只有若干个有有效数字，在这种情况下，我们可以将这些近似数值x\*作为积分的结果，以达到与精确值相近的效果。  总而言之，数值积分是一种非常实用的计算方法，它可以提供多种计算思路和途径，让我们能够快速求解接近于原真值的积分结果。这种方法在各个领域都有应用，例如在科学研究、技术开发、金融业等等都能发挥重要的作用。所以，数值积分的研究和发展是非常值得关注的，它可以帮助我们更好地理解数学的本质，同时也能为我们带来更多的发现和探索。  中值定理  我们本着以一个初学者的角度去由浅入深的谈论这个中值定理吧。这个定理是微积分中的基础定理之一，它的意思是：如果一个连续函数在闭区间上取得了两个值，那么在这两个值之间一定存在一个点，使得函数在这个点上的取值等于这两个值的平均数。听起来有些飘飘然，不过这个定理在实际中有很多应用。比如说，如果我们想知道某个物体在某段时间内的平均速度是多少，我们可以用中值定理来计算。又比如说，如果我们想证明一个函数在某个区间内一定有解，我们也可以用中值定理来证明。中值定理可以用数学符号来表示：设f(x)是[a,b]上的连续函数，f(a)和f(b)分别表示f(x)在a和b处的取值，那么存在c\in(a,b)，使得f(c)=\dfrac{f(a)+f(b)}{2}。并且中值定理还有很多扩展和变形，比如拉格朗日中值定理、柯西中值定理等等，它们都是微积分中非常重要的概念。这样简单的叙述也许可以让读者更好地去理解和回顾中值定理吧。  先来了解的就是数值积分最先提出的解决方案，中值定理。这是一个相较于积分公式数值和运算相对较少的友好版本数值积分，它自然也就适用范围更小一些，要更为粗略一些。  首先要知道我们中值积分定理主要是把需要积分的函数画在二元坐标轴上，这些点连成一条有一定规律的曲线或近似直线，让我们能运用已学知识熟悉它的表达式大概怎么写。再在两端点作垂线，他就能围乘一个近似的图形了。我们求微分是在原函数上作切线，当前阶段粗略认为我们求积分就是把原来表达式上每一点描成的线化为一条曲线。这样下来我们解决问题的方向就是和要作的这块围起来区域的面积计算有关。所以原函数要在一条连起的线上，线的左端a和末端b也就是连续函数的近似区间[a,b]的两个端点。  这时我们令原函数f(x)的积分设为I(f),我们是不知道积分值，但是就让它等于某一点xi的函数值乘区间长度。而这存在的一点xi的函数值由于是近似积分值的图形面积公式推演得来，面积公式长x高，那在[a,b]内等于I(f)的f(x)宽的乘数理所应当就叫作f(x)在[a,b]的平均高度。其中复合法中取的原型是被等距分成n份的节点集{Xi},它等于区间左端点+当前的节点序数乘区间长度除节点区间被截取的份数。在牛顿求积公式中一定是同样可以无先决条件适用的。复合梯形的误差余值是宽度除以十二乘h在xi点的二阶导数，复合辛普森版中值定理余值是负的宽度除以一百八十乘h四次方除以十六的四次方乘xi点的四阶求导  这些式子推导没什么大异，矩形公式的xi用的函数上的中点;梯形为两端点;辛普森为中点加两端点  中值定理  00常见中值定理  对比  数值积分是一种数值计算方法，用于近似计算函数在一定区间内的定积分值。在数值积分中，我们通常将积分区间分割成若干小区间，并在每个小区间内取一个代表值，然后将这些代表值带入被积函数中进行计算，最终得到一个近似的积分值。数值积分的一个主要应用是在计算机模拟和数值解法中。  中值定理则是微积分中的一种重要定理。它指出，如果一个函数f(x)在[a,b]区间内连续，并且在(a,b)内可导，那么必然存在一个点c∈(a,b)，使得f(c)等于f(a)到f(b)的平均值。这个平均值就是该函数在[a,b]区间内的定积分值除以区间长度(b-a)。中值定理有助于我们研究函数的性质和证明其他重要的定理。  那么数值积分和中值定理的区别在哪里呢？首先，数值积分是一种近似计算定积分值的方法，而中值定理是一种用于证明函数平均值性  对于数值积分，它是通过将一个区间分割成若干小区间，然后对每个小区间内的函数值进行一定的运算，得到每个小区间的面积（或体积）之和，从而估计整个区间的面积（或体积）的一种方法。而中值定理则是指在某个区间内，函数的平均值等于函数在该区间两端点的值的平均值。这个定理可以用于证明某些定积分的结果，也可以被用于估计某些数值积分的误差。  从应用的角度来看，数值积分更侧重于求解函数在某个区间内的面积（或体积）值，而中值定理更侧重于分析函数在某个区间内的性质和特征。虽然两者有一定的关联，但在实际应用中，它们的目的和方法还是有所不同的。  代数精度  在数值积分中，我们要作的是把原积分合理转换喜欢的样子来代替原函数求积分的结果表达求积分的过程且其转换条件为控制截断误差产生的余值尽量卡在一个能接受的相对误差限度Epsilon\* r中。于是又把上述内容取了个名字叫做代数精度。我们求积分之前一定要先规划一个条件，保证其运算工作的有效性，通过规定出需求的代数精度来对函数计算的效率程度进行大幅提升。一些情况下近似值完全等于真值，当近似值迭代迭代到只是近似值时，前面那个项数就是代数精度的位数。  这是我在电子版课本上检索到一个易懂的例题，把它扩展到科技领域是非常好用的:函数在负一到一上的积分约等于下式,代入2次以下的x值,列出线性方程组解出原式未知数。严格按照定义，当k项近似值等于真值或没有求积余项且下一项不等于真值又有余值时，式子右侧近似值对于原式f(x)积分真值的近似代数精度为3.其实三个Ax时已经大致确认了有二次以下。  代数精度  01代数精度:概念、例题及其求解  积分公式  这是一个相较于中值定理数值和运算极为繁琐的友好版本的数值积分，其适用范围颇为广泛，计算结果也是极为精准，非常适合那些不得不转换成数值积分又要求所得数值精准打击，尽量不要误差的实际运算场景。它是在不满足迭代精度时用加权的方式进行改良升级对数值积分进行了直接定义，所以难算值又准。  求积公式是数学中非常重要的一类公式，它们被广泛地应用在科学和工程领域中，特别是在数值计算中。在我看来，求积公式的选择和应用取决于所求积分的性质以及计算的精度要求。一般来说，如果所求积分的形式比较简单，可以直接采用基本的求积公式，例如梯形公式、辛普森公式等。而对于更为复杂的积分，例如高维积分或具有奇异性质的积分，可能需要使用更加高级的求积公式，例如高斯-勒让德公式、高斯-拉盖尔公式等。在应用求积公式的过程中，计算精度也是非常重要的考虑因素。一般来说，为了提高计算精度，可以采用一些数值积分的技巧，例如自适应方法、复化方法等。当谈到求积公式的核心思想时，有许多不同的方法可以接近问题。其中一种方法是将函数拆分成小的区间，然后在每个小区间内使用简单的数学公式计算面积或体积。这种方法通常被称为数值积分或数值积分法。数值积分法的核心思想是通过使用数值方法来逼近真实的积分值。另一种方法是使用微积分学中的定积分和中值定理。这些公式和定理是微积分学的基础，它们可以用来计算曲线下的面积和体积。中值定理可以用来证明两个积分值之间的关系，这对于推导新的公式或解决数学问题非常有用。还有一些其他的积分方法，如符号积分法和数值逼近法。这些方法通常需要更高级的数学知识，但它们可以用来解决一些更复杂的问题。求积公式是一个非常广泛的主题，有许多不同的方法和技术可以用来解决问题。在选择方法时，最重要的是了解自己的需求和能力，并选择最适合自己的方法。对于求积公式，我认为应该充分理解其原理和应用场景，结合具体的计算需求选择合适的求积公式，并采用适当的数值积分技巧以提高计算精度。  为了方便理解和表达我们引入了非常经典的Ak求积系数和Xk求积节点两大经典概念，而求积公式这里全部的余值也被顺势称为求积余项。高斯在优化线性方程组迭代法时意外启发了高斯式求积法。一下子就成了最经典的求积公式。在高斯和他的后继者合作科研的系列数值积分类型求积公式中这里加了权的Ak求积系数连座了Xk这个求积节点都又被识时务地赋予了引以为傲的新绰名:高斯点。顺口一些。原先是函数区间宽度系数(b-a)，现在这个宽度要加Lambda这个权。  插值求积公式是拉格朗日看着牛顿也在研究数值积分这部分内容,带着最有名的插值法Ln(x)来了。这种插值法的余值和n阶差商表埃尔米特差商表异曲同工。而插值求积的余值不只是真值和近似值求差。它等于[f的(n+1)次导乘最高点的x值除以(n+1)的阶乘乘Omega n+1(x)]这个整体的大积分。N+1换成N，少一段节点是一样的结果.当且仅当是满足这种方法时,代数精度至少有n次，也都不属于这种代数精度;求积公式和中值定理本是连属于同根生，只是版本不同的一家人。然后牛顿和科斯特就把两边连起来了，为了方便算早就把科斯特系数约分好了。不过这种系数是真的很麻烦，毕竟是卡死的还是建议常用的基础低阶直接背不要推，浪费时间。三种数量的节点数中值定理的节点也被引入到了求积公式阵营的运用，仅为偶数时这种求积公式的代数精度是至少有(n+1)次的;高斯版就是正常带了权,还衍生了两个版本的勒让德多项式递推和切比雪夫多项式递推。其中Omega n+1为当且仅当高斯积分公式定理成立时的充要条件，这个值和各个插值法中余值中的乘数项完全一致等于(X-X0)一直乘到(X-Xn)。当它与所有不超n次多项式P(x)带权Rho(x)正交，那么Rho(x)Omega平方(x)xK在a到b上的积分等于零，虽然有共有2n+1次精度，倒是反而未必用得上，精度广是好，时间划不来。其中拉格朗日可谓是经典中翡翠了，朗格朗日中值定理是微积分中的一个重要定理，它是牛顿-莱布尼茨定理的一种特殊情况，也是微积分中的基础定理之一。它表明，在某些条件下，函数在某个区间内的平均变化率等于该函数在该区间某点的导数。更具体地说，朗格朗日中值定理是指，对于一个实数区间 [a,b] 内的连续可导函数 f(x)，存在一个实数 c ∈ (a,b)，使得 f(b)-f(a) = f'(c)(b-a)。换句话说，存在一个点 c，它的导数等于函数在该区间上的平均斜率。朗格朗日中值定理的一个重要应用是在求解函数的最值问题中。通过寻找函数在某个区间内的极值点和边界点，可以确定函数的最值。使用朗格朗日中值定理，可以将该问题转化为寻找函数在某个区间内的导数等于零的点的问题。此外，朗格朗日中值定理还有许多其他的应用。例如，在微积分中，朗格朗日中值定理可以用来证明泰勒公式，并且在微积分中，它是一些常用的积分方法（如分部积分法）的基础。在应用数学中，朗格朗日中值定理也有广泛的应用，例如在金融学中用于证明股票价格的增长率。基于程序员了解大神过去的好奇心，我再来好好说说拉格朗日在我们目前水平内课程安排的另一贡献：拉格朗日插值法。拉格朗日中值定理和拉格朗日插值法都是由法国数学家约瑟夫·路易·拉格朗日（Joseph Louis Lagrange）提出的。它们之间有一定的联系和相似之处，但是它们的应用场景和解决问题的方式是不同的。  拉格朗日中值定理是微积分学中的一条基本定理，它是一种关于函数导数的中间值定理。具体而言，它给出了函数在某一区间内的平均变化率与该函数在该区间内某一点的导数之间的关系。根据这个定理，如果函数f在[a,b]上连续，在(a,b)内可导，那么存在一个c∈(a,b)使得f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)。拉格朗日中值定理和拉格朗日插值法都是非常重要的数学工具，在数学和工程领域都有广泛的应用。  拉格朗日插值法是一种数值分析方法，它用于在已知一些离散数据点的情况下，构造出一个插值多项式，使得该多项式在给定的数据点上与实际函数值相同。插值多项式可以用于近似函数的值，以及在计算机图形学、信号处理等领域中的应用。拉格朗日插值法的基本思想是在给定的数据点上构造一个n次多项式，该多项式在这些点上与实际函数值相等，同时在数据点之外的区域内，也可以通过该多项式来逼近实际函数。  两种拉格朗日数据工具模型都很好用，如果遇到不是难算的数值的很实用。它们之间的联系在于，拉格朗日中值定理可以用于证明拉格朗日插值法的误差估计。具体而言，如果f在[a,b]上n+1阶可导，那么在[a,b]上的任意n+1个不同点x0,x1,...,xn，存在一个c∈(a,b)使得插值多项式Pn(x)的误差为f(x)-Pn(x) = (f^(n+1)(c)/((n+1)!))(x-x0)(x-x1)...(x-xn)。其中，f^(n+1)(c)表示f的(n+1)阶导数在c处的取值。  求积公式  02最著名求积公式 | | | | | | | |
| 拉格朗日  03超神拉格朗日插值算法YYDS  最小二乘法/拟合  提及那么多枯燥乏味的知识 这里先讲讲好玩的东西！最小二乘法有一个非常有趣的历史故事，与法国天文学家雅克·博利尼（Jacques Babinet）有关。在19世纪初，博利尼为了研究太阳系中行星的运动，需要对观测数据进行分析。但是，由于当时测量设备的精度不高，观测数据中包含了很多误差，导致无法准确计算行星的运动轨迹。博利尼想到了一个办法：将观测数据拟合到一个曲线上，使得曲线与观测数据的误差之和最小。这个方法就是最小二乘法。通过最小二乘法，博利尼成功地计算出了行星的运动轨迹，成为了最早使用最小二乘法解决实际问题的人之一。除了在天文学中的应用，最小二乘法在众多领域都有着广泛的应用，比如金融、工程、物理、经济等等。它不仅是一种数学方法，更是一种实用的工具，可以帮助我们处理各种问题，解决各种难题。  最小二乘法是一种数学方法，用于处理实验数据或观测数据中存在的误差和随机性。可以将它类比为处理生活中的问题时采用的一些小技巧。比如，你想通过家里的水电气账单来估算每个月的用水量。但是，由于账单中可能存在的一些误差或随机性，每个月的实际用水量可能与账单上显示的不完全一致。这时候，你可以采用最小二乘法来得到一个最优的估算值。具体的方法是，首先收集过去一段时间内的账单和实际用水量数据，然后通过拟合曲线的方式，找到一条最能够代表数据分布的直线。这条直线就是所谓的最小二乘回归直线，它能够最小化实际用水量与账单之间的差异。类似地，你在处理生活中的其他问题时，也可以尝试运用最小二乘法的思想。比如，你想要估算某个地区的人均收入，但是由于存在一些特殊情况，导致实际收入数据有一定的误差。个人云通讯录好友列表的刷写带宽容量的性能月租等等。这时候，你也可以通过最小二乘法来找到一个最优的估算值。  关于最小二乘讨论最多的连个相关内容就是矛盾方程组和拟合曲线。矛盾方程组是指一个方程组，其中存在一些方程互相矛盾，无法同时成立的情况。举个简单的例子，考虑以下两个方程：  x + y = 3  x + y = 5  这两个方程中，左边的式子相同，但右边的常数项不同，因此这两个方程是互相矛盾的，无法同时成立。这样的方程组就是矛盾方程组。矛盾方程组通常是一种不合理的情况，因为如果方程组中存在矛盾，那么该方程组就无解。在实际问题中，我们通常会通过建立模型来得到方程组，如果模型存在问题，就可能会导致矛盾方程组的出现。在某些情况下，矛盾方程组也可能是有用的，比如在数学理论中的某些证明中，可能需要通过构造一个矛盾方程组来达到某种目的。但一般情况下，人为愿望避免矛盾方程组的出现。拟合曲线是指用一个函数或者曲线去逼近一组给定的数据点，以得到一个能够概括这些数据点特征的数学模型。在实际应用中，拟合曲线被广泛地应用于数据分析、信号处理、统计建模、机器学习等领域。在拟合曲线的过程中，最基本的任务是确定一个适当的函数形式，然后通过调整函数参数，使得该函数能够最好地拟合给定的数据。常见的函数形式包括多项式、指数函数、对数函数、三角函数等。选择合适的函数形式需要对数据的特点有一定的了解，可以通过观察数据的分布情况、绘制散点图等方法进行分析。最小二乘法是一种常用的拟合曲线的方法，其基本思想是通过最小化误差平方和，来确定函数的参数值。误差是指每个数据点与拟合曲线之间的距离，因此最小化误差平方和的过程可以使得拟合曲线更好地贴合数据点，从而提高模型的精度。除了最小二乘法，还有一些其他的拟合曲线的方法，比如最大似然估计、贝叶斯拟合等。这些方法都有各自的优缺点，可以根据实际应用的需求选择适合的方法。    04 最小二乘  感悟总结  学习线性代数的时候我还未曾了解到这个矩阵和方程组之间能和我程序里的函数方法有什么关联，现在经过一段时间的编程开发跟进再从计算方法中捡起数学好像明白了些学校课程安排的用心良苦。要走好这一路也是非常辛苦和开心。作为一名转型为开发工程师也作为校园中的学生，学习计算方法这门课程对我来说是非常有益的。这门课程让我更深入地了解了计算机科学的基础知识，包括数值计算方法、线性代数、概率论等，这些知识在编程开发中都有广泛的应用。其次，通过学习计算方法，我对算法和数据结构的理解更加深入，这对于编写高效、优化的代码是非常有帮助的。除了在编程方面的应用，学习计算方法还有助于改善个人的学习态度和心态。这门课程强调实践和思考，通过独立完成编程作业和小组讨论等活动，我学会了如何自我学习和解决问题。在这个过程中，我也逐渐形成了自己的学习方法和思维模式，这对于个人成长也是非常重要的。学习计算方法还有助于提高我的数学素养和逻辑思维能力。这门课程对于数值计算方法的理论和实践都有较高的要求，需要掌握一定的数学知识和分析能力。通过学习这门课程，我不仅加深了对数学的理解，还锻炼了自己的逻辑思维和分析能力，这对于未来的发展也是非常重要的。学习计算方法是一次非常有意义的经历，它不仅对我个人的编程开发和学术研究有帮助，也对我的个人成长和自我提高起到了积极的促进作用。  基于计算方法一些想不出或者没见过的底层架构算法或许对此有益，我觉得培养这类思维还是能派上用场的。计算方法是一门非常重要的课程，它是计算机科学和数学的重要基础，也是其他课程的基础。我认为，计算方法对于编程开发和个人成长方面的帮助非常大。计算方法可以让我们了解和学习各种数值算法，包括数值逼近、数值积分、数值微分、方程求解等等。这些算法不仅可以帮助我们更好地理解数学概念，还可以帮助我们解决实际问题，例如求解各种复杂的工程问题，设计和优化各种算法和模型等等。计算方法可以培养我们的计算思维和解决问题的能力。在学习计算方法的过程中，我们需要学习如何把复杂的问题抽象成数学模型，然后通过运用数学算法和计算机程序来解决问题。这种思维方式可以让我们更好地解决实际问题，提高我们的解决问题的能力。计算方法还可以改善我们的学习心态和身心状态。学习计算方法需要我们耐心和细心地研究和分析问题，需要我们不断思考和尝试。这种学习方式可以让我们锻炼我们的耐心和细心，同时也可以提高我们的自信和创造力，对于我们的个人成长非常有益。计算方法是一门非常重要的课程，它对于编程开发和个人成长方面的帮助非常大。通过学习计算方法，我们可以掌握各种数值算法和计算思维，提高我们的解决问题的能力和创造力，同时也可以改善我们的学习心态和身心状态。计算方法是学习新知识的一个起点。 | | | | | | | |